Nama:EDWARD

NIM: 2201741971

Tugas

Pada soal no 1 dan 2 dengan menggunakan induksi, tunjukkan bahwa setiap persamaan adalah benar untuk setiap bilangan bulat n

1. 1 + 3 + 5 + ……. + (2n – 1)=n^2
2. $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$
3. Misalkan barang-barang di suatu pabrik diberi nomer kode yang terdiri dari 3 huruf dan diikuti angka (misal BIN3048).
   a. Jika baik huruf maupun angka boleh diulangi penggunaannya, ada berapa macam barang yang dapat diberi kode yang berbeda ?
   b. Ulangi soal (a) jika hanya hurufnya saja yang boleh diulangi.
   c. Ulangi soal (a) jika baik huruf maupun angka tidak boleh berulang, (suatu barang tidak boleh mempunyai kode dengan huruf/angka yang sama)
4. Berapa banyak bilangan yang terdiri dari 2 atau 3 digit yang dapat dibentuk dengan menggunakan angka-angka 1,3,4,5,6,8 dan 9 jika perulangan tidak diperbolehkan

Jawaban:

1. $1 + 3 + 5 + \ldots\ldots + (2n - 1) = n^2$

   akan dibuktikan bahwa $P(n)=1+3+5+7+\ldots+(2n-1)=n^2$ berlaku untuk setiap n angota bilangan bulat yang lebih besar atau sama dengan 1.

   Langkah 1(Basis Induksi) : Buktikan benar untuk n = 1

   diperoleh $p(1)= 1^2=1$.

   Jadi terbukti pernyataan benar untuk basis induksi.

   Langkah 2: Asumsikan benar untuk n = k, di mana k adalah bilangan bulat dan lebih besar dari atau sama dengan 1

   $$\mathbf{1+3+5+7+....+(2k-1)=k^2} \text{ ------- } (1)$$

   Langkah 3(Langkah Induksi): Ketika n = k + 1,

   $1+3+5+7+...+(2(k+1)-1)=(k+1)^2$

   $=1+3+5+7+...+(2(k+1)-1)=(k+1)^2$

   $\mathbf{1+3+5+7+\ldots+2k+1 \iff k^2 + 2k +1}$

   $k^2 + 2k +1 \iff k^2 +2k +1$ (Dari Asumsi langkah 2)

   $(k+1)^2$

   Oleh karena itu, benar untuk n = k + 1

   Dengan bukti induksi matematika, pernyataan ini berlaku untuk semua bilangan bulat yang lebih besar atau sama dengan 1.

Maka, Persamaan Diatas BENAR

2. $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

akan dibuktikan bahwa P(n)= $1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$ berlaku untuk setiap n angota bilangan bulat yang lebih besar atau sama dengan 1.

Langkah 1(Basis Induksi) : Buktikan benar untuk n = 1

diperoleh p(1)= $\frac{(1)((1)+1)(2(1)+1)}{6} = \frac{(1)(2)(3)}{6} = \frac{(6)}{6} = 1$

Jadi terbukti pernyataan benar untuk basis induksi.

Langkah 2: Asumsikan benar untuk n = k, di mana k adalah bilangan bulat dan lebih besar dari atau sama dengan 1

$$\mathbf{1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + k^2 = \frac{1}{6}\, k(k+1)(2k+1)} \text{-------} \mathbf{(1)}$$

Langkah 3(Langkah Induksi): Ketika n = k + 1,

$1^2 + 2^2 + 3^2 + ... + k^2 + (k+1)^2 = \frac{1}{6}\ (k+1)(k+2)(2k+3)$

$\frac{1}{6}\ k(k+1)(2k+1) + (k+1)^2 = \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3)$

$(k+1)[(\frac{k(2k+1)+6(k+1)}{6})] = \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3)$

$(k+1)\ [(\frac{2k^2+k+6k+6}{6})] = \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3)$

$(k+1)\ [(\frac{2k^2+7k+6}{6})] = \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3)$

$(k+1)\ [\left(\frac{(k+2)(2k+3)}{6}\right)] = \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3)$

$\frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3) = \frac{1}{6}(k+1)(k+2)(2k+3)$

Oleh karena itu, benar untuk n = k + 1

Dengan bukti induksi matematika, pernyataan ini berlaku untuk semua bilangan bulat yang lebih besar atau sama dengan 1.

Maka, Persamaan Diatas BENAR

3. Misalkan barang-barang di suatu pabrik diberi nomer kode yang terdiri dari 3 huruf dan diikuti angka (misal BIN3048).
   a. Jika baik huruf maupun angka boleh diulangi penggunaannya,
   Maka macam barang yang dapat diberi kode yang berbeda adalah :

   26 x 26 x 26 x 10 x 10 x 10 x 10 = 175.760.000 Cara

   b. Ulangi soal (a) jika hanya hurufnya saja yang boleh diulangi.
   26 x 26 x 26 x 10 x 9 x 8 x 7 = 88.583.040 Cara

   c. Ulangi soal (a) jika baik huruf maupun angka tidak boleh berulang, (suatu barang tidak boleh mempunyai kode dengan huruf/angka yang sama)

   26 x 25 x 24 x 10 x 9 x 8 x 7 = 78.624.000 Cara

4. Banyak bilangan yang terdiri dari 2 atau 3 digit yang dapat dibentuk dengan menggunakan angka-angka 1,3,4,5,6,8 dan 9 jika perulangan tidak diperbolehkan adalah :

   Untuk 2 digit :

   Misal, 1 2 dan 2 1 itu berbeda , Maka Kita menggunakan PERMUTASI

   Dengan syarat perulangan tidak diperbolehkan.

   $_7P_2 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7 \ x \ 6 \ x \ 5 \ x \ 4 \ x \ 3 \ x \ 2 \ x \ 1}{5!} = \frac{7 \ x \ 6 \ x \ 5 \ x \ 4 \ x \ 3 \ x \ 2 \ x \ 1}{5 \ x \ 4 \ x \ 3 \ x \ 2 \ x \ 1}$ = 42 Cara

   Untuk 3 digit :

   Misal 1 2 3 dan 3 2 1 itu berbeda, Maka Kita menggunakan PERMUTASI

   Dengan Syarat Perulangan tida Diperbolehkan.

   $_7P_3 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7 \ x \ 6 \ x \ 5 \ x \ 4 \ x \ 3 \ x \ 2 \ x \ 1}{4!} = \frac{7 \ x \ 6 \ x \ 5 \ x \ 4 \ x \ 3 \ x \ 2 \ x \ 1}{4 \ x \ 3 \ x \ 2 \ x \ 1}$ = 210 Cara

   Maka , Banyak bilangan yang terdiri dari 2 atau 3 digit

   = 42 cara + 210 Cara

   = 252 Cara