NAMA : EDWARD
NIM : 2201741971

Aljabar Linear
Semester I 2018-2019

TUGAS GSLC
Vektor

Kerjakan Soal Berikut dengan Baik dan Benar

1. Tentukan nilai skalar c_1, c_2, dan c_3 sehingga

$$C_1\begin{pmatrix}-1\\0\\2\end{pmatrix} + C_2\begin{pmatrix}2\\2\\-2\end{pmatrix} + C_3\begin{pmatrix}-6\\12\\4\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}-6\\12\\4\end{pmatrix}$$

2. Kerjakan Exercise Set 3.2 , Soal no :3(*b* dan *c*), 10(*a*), 12(*a*), 20(*a*)
3. Kerjakan Exercise Set 3.3 , Soal no :2(*a* dan *c*), 18, 19(*a*)
4. Kerjakan Exercise Set 4.3 , soal no 2b, Tentukan vektor tersebut bebas linear (*linearly independence*)

Review Materi Vektor

Norm didefinisikan sebagai panjang vektor. Pelajari subbab (**3.2 Norm, Dot Product, and Distance in** R^n) pada halaman Hal 253

(a) Norm vektor
- Pelajari definisi norm vektor beserta operasi nya
  Operasi aljabar pada vektor, pelajari **THEOREM 3.1.1**, pada hal :239
  Kombinasi linear, **DEFINITION 4**, pada hal :240
- Cara penentuan norm vektor, pelajari **DEFINITION 1** (hal 253) dan **EXAMPLE 1 Calculating Norms** (hal 253)
- Sifat-sifat norm, pelajari **THEOREM 3.2.1**
- Vektor satuan (*unit vector*) (hal : 255)
  Pelajari definisi dan EXAMPLE 2 **Normalizing a Vector** (hal : 255)
- Jarak antar vektor, pelajari **Distance in** R^n
  Pelajari **DEFINITION 2** dan **EXAMPLE 4 Calculating Distance in** R^n

(b) Hasil kali titik (*dot product*)
- DEFINITION 3 (hal :258) dan DEFINITION 4 (hal :262)
  Pelajari **EXAMPLE 7 Calculating Dot Products Using Components**
- Sifat hasil-hasil kali titik , pelajari THEOREM 3.2.2 (hal : 263) dan THEOREM 3.2.3 (hal : 264)
- Pelajari **Table 1** , hal : 270

(c) Ortogonal
Dua vektor dikatakan ortogonal (perpendicular/tegaklurus) jika hasil kali titiknya sama dengan 0. Pelajari **DEFINITION 1** pada bagian **3.3 Orthogonality** dan **EXAMPLE 1 Orthogonal Vectors** , hal : 280
Proyeksi ortogonal dinotasikan dengan $\mathbf{proj_a u}$, pelajari materi proyeksi ortogonal pada halaman : 283-284, (**THEOREM 3.3.2 Projection Theorem**)
Proyeksi ortogonal dapat digunakan dalam penyelesaian penentuan jarak, pelajari **THEOREM 3.3.4 dan EXAMPLE 7 Distance Between a Point and a Plane**, pada hal : 287

NAMA : EDWARD
NIM : 2201741971

(d) Cross product,
Pelajari materi **3.5 Cross Product** dan **EXAMPLE 1 Calculating a Cross Product** pada halaman 308

(e) Kombinasi Linear (Combination linear) dan Linear Independency Vector
Pelajari bagian **4.3 Linear Independence** pada hal :359. selanjutnya pelajari **DEFINITION 1** , **EXAMPLE 1 Linear Independence of the Standard Unit Vectors in** R^n, dan **EXAMPLE 2 Linear Independence in** R^3

Jawaban:

1. Untuk Menentukkan Nilai C_1 , C_2 , dan C_3 saya akan menggunakan metode gauss – jordan , sebagai berikut :

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & -6 & -6 \\ 0 & 2 & 12 & 12 \\ 2 & -2 & 4 & 4 \end{bmatrix} \xRightarrow{R1\,(-1)} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 & 6 \\ 0 & 2 & 12 & 12 \\ 2 & -2 & 4 & 4 \end{bmatrix} \xRightarrow{R3+2\,(-R1)} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 & 6 \\ 0 & 2 & 12 & 12 \\ 0 & 2 & -8 & -8 \end{bmatrix}$$

$$\xRightarrow{\frac{1}{2}R2} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 & 6 \\ 0 & 1 & 6 & 6 \\ 0 & 2 & -8 & -8 \end{bmatrix} \xRightarrow{R3+2(-R2)} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 & 6 \\ 0 & 1 & 6 & 6 \\ 0 & 0 & -20 & -20 \end{bmatrix} \xRightarrow{-\frac{1}{20}R3} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 & 6 \\ 0 & 1 & 6 & 6 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$\xRightarrow{R2+6(-R3)} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 6 & 6 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xRightarrow{R1+6(-R3)} \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix} \xRightarrow{R1+2(R2)} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

Dari Penyelesaian Diatas , Dapat diketahui nilai dari C_1 , C_2 , dan C_3 yaitu sebagai berikut :
$C_1 = 0$
$C_2 = 0$
$C_3 = 1$

2. Exercise Set 3.2 Nomor 3
   b) $\|u\| + \|v\| = \sqrt{17} + \sqrt{26}$

   Seperti Kita Ketahui Bahwa Tanda ||...|| Menandakan Panjang(norm) dari suatu vektor

   Koordinat Dari Vektor U dan vektor V , Yaitu Sebagai Berikut :

   $u = (2, -2, 3)$
   $v = (1, -3, 4)$

NAMA : EDWARD
NIM : 2201741971

Kalau Kita Buktikkan Menjadi :
$\|u\| = \sqrt{(2)^2 + (-2)^2 + (3)^2} = \sqrt{17}$
$\|v\| = \sqrt{(1)^2 + (-3)^2 + (4)^2} = \sqrt{26}$
Maka Terbukti bahwa $\|u\| + \|v\| = \sqrt{17} + \sqrt{26}$ (Terbukti)

c) $\|-2u + 2v\| = 2\sqrt{3}$

Seperti Kita Ketahui Bahwa Tanda ||...|| Menandakan Panjang(norm) dari suatu vektor

Koordinat Dari Vektor U dan vektor V , Yaitu Sebagai Berikut :

$u = (2, -2, 3)$
$v = (1, -3, 4)$

Kalau Kita Buktikkan Menjadi :
$-2u = (-4, 4, -6)$
$2v = (2, -6, 8)$
$-2u + 2v = (-2, -2, 2)$
$\|-2u + 2v\| = \sqrt{(-2)^2 + (-2)^2 + 2^2} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ (Terbukti)

Exercise Set 3.2 Nomor 10

a) u= (1,1,-2,3)
v = (-1,0,5,1)

If $\mathbf{u} = (u_1, u_2, \ldots, u_n)$ and $\mathbf{v} = (v_1, v_2, \ldots, v_n)$ are vectors in R^n, then the ***dot product*** (also called the ***Euclidean inner product***) of $\mathbf{u}$ and $\mathbf{v}$ is denoted by $\mathbf{u} \cdot \mathbf{v}$ and is defined by

$$\mathbf{u} \cdot \mathbf{v} = u_1 v_1 + u_2 v_2 + \ldots + u_n v_n \tag{17}$$

Maka Penyelesaiannya menjadi :

$u \cdot v$ = (1)(-1) + (1)(0) + (-2)(5) + (3)(1)
= (-1) + 0 + (-10) + 3
= -8

$u \cdot u$ = (1)(1) + (1)(1) + (-2)(-2) + (3)(3)
= 1 + 1 + 4 +9
= 15

$v \cdot v$ = (-1)(-1) + (0)(0) + (5)(5) + (1)(1)
= 1 + 0 + 25 + 1
= 27

NAMA : EDWARD
NIM : 2201741971

Exercise Set 3.2 Nomor 12

a) u = (1 , 2 , -3 , 0)
   v = (5 , 1 , 2 , -2)

   Rumus Dari Jarak Euclidean adalah :

   dist ((x, y), (a, b)) = $\sqrt{(x-a)^2+(y-b)^2}$

   $d = \sqrt{(1-5)^2+(2-1)^2+(-3-2)^2+(0-2)^2} = \sqrt{16+1+25+4} = \sqrt{46}$

Exercise Set 3.2 Nomor 20

a) u = (-12 , -5)
   $\overline{U}$ = $\frac{1}{\|u\|}$. u

   $\|u\|$ = $\sqrt{(-12)^2+(-5)^2}$ = $\sqrt{144+25}$ = $\sqrt{169}$ =13

   $\overline{U}$ = $\frac{1}{13}$. (-12 , -5)

   = $(-\frac{12}{13}, -\frac{5}{13})$

3. Exercise Set 3.3 Nomor 2

a) U = (2 , 3)
   V = (5 , -7)
   Vektor Dikatakan " Vektor Orthogonal" jika $u \cdot v$ =0
   $u \cdot v = (2)(5) + (3)(-7) = 10 - 21 = -11 \rightarrow Bukan\ Vektor\ Orthogonal$

b) U =(1 , -5 , 4)
   V = (3 , 3 , 3)
   Vektor Dikatakan " Vektor Orthogonal" jika $u \cdot v$ =0
   $u \cdot v = (1)(3) + (-5)(3) + (4)(3) = 3 - 15 + 12 = 0 \rightarrow Vektor\ Orthogonal$

NAMA : EDWARD
NIM : 2201741971

Exercise Set 3.3 Nomor 18

" Perpendicular" atau biasa disebut juga Vektor Orthogonal .

x – 2y + 3z =4

-2x + 5y + 4z = -1

Vektor Dikatakan " Vektor Orthogonal" jika $u \cdot v$ =0

$u \cdot v = (1)(-2) + (-2)(5) + (3)(4) = -2 - 15 + 12 = -5 \rightarrow Bukan\,Vektor\,Orthogonal$

Exercise Set 3.3 Nomor 19

a) U = (1 , -2)
A= (-4 , -3)

Proyeksi Vektor Ortogonal

Objek pada proyeksi skalar vektor ortogonal adalah panjang proyeksi vektor. Sedangkan pada proyeksi vektor ortogonal yang menjadi objek utamanya adalah vektornya. Vektor hasil proyeksi dapat ditentukan melalui rumus berikut.

1. Proyeksi vektor ortogonal $\vec{a}$ pada $\vec{b}$.

   $\vec{c} = \frac{\vec{a}\,.\vec{b}}{|\vec{b}|^2} . \ \vec{b}$

2. Proyeksi vektor ortogonal $\vec{b}$ pada $\vec{a}$.

   $\vec{c} = \frac{\vec{b}\,.\vec{a}}{|\vec{a}|^2} . \ \vec{a}$

Proj$_a$u = Proyeksi vektor ortogonal $\vec{u}$ pada $\vec{a}$.

= $\frac{(1)(-4)+(-2)(-3)}{(\sqrt{(-4)^2+(-3)^2})^2}$. (-4 , -3)

= $\frac{2}{25}$. (-4 , -3)

= $(-\frac{8}{25}\ , -\frac{6}{25})$

$\|\text{ProjaU}\|$ = $\sqrt{(-\frac{8}{25})^2 + (-\frac{6}{25})^2}$

= $\sqrt{\frac{64}{625} + \frac{36}{625}}$

= $\sqrt{\frac{100}{625}}$

= $\frac{10}{25}$ = $\frac{2}{5}$

NAMA : EDWARD
NIM : 2201741971

4. Exercise Set 4.3 Nomor 2
   b) (-3 , 0 , 4), (5 , -1 , 2), (1 , 1 , 3)
      Dikatakan Linearly Independent jika determinan$\neq$0

$$\begin{bmatrix} -3 & 5 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 4 & 2 & 3 \end{bmatrix}$$

Determinan = $(-3)\begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} + (-5)\begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 4 & 3 \end{vmatrix} + (1)\begin{vmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 2 \end{vmatrix}$

= (-3)(-5) + (-5)(-4) + (1)(4)
= 15 + 20 + 4
= 39

Dari penyelesaian diatas diketahui bahwa Determinan $\neq$0

Maka , Diatas merupakan Lineary Independent